جمهورية العراق

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جهاز الاشراف والتقويم العلمي

بسم الله الرحمن الرحيم

اسم الجامعة : ديالى
اسم الكلية : الادارة والاقتصاد
اسم القسم : الاحصاء
اسم المحاضر: مرتضى منصور
اللقب العلمي : مدرس مساعد
المؤهل العلمي : ماجستير
مكان العمل: كلية الادارة والاقتصاد

المحاضــرة الثانية

المادة النظرية:-

معكوس العمليات الاولى

معكوس العمليات الاولية:- Inverse of Elementery Trans formations

هي العمليات التي تبطل عمل العمليات الاولية فلو فرضنا ان العملية Hij اجريت على A لاستخراج B فان B يمكن ارجاعها الى A باجراء نفس العملية الاولية Hij اي ان معكوسات العمليات الستة الاولية هي العمليات التالية .

$$1 - H_{ij}^{-1} = H_{ij}$$

$$2 - K_{ij}^{-1} = K_{ij}$$

$$3 - H_i^{-1}(Z) = H_i(\frac{1}{k})$$

$$4 - K_i^{-1}(Z) = K_i(Z)$$

$$5 - \ H_{ij}^{-1}(Z) = H_{ij}\left(\frac{1}{z}\right)$$

$$6 - k_{ij}^{-1}(z) = K_{ij}\left(\frac{1}{z}\right)$$

مثال// افرض ان $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ باستخدام معكوس العمليات الاولية اثبت ان

$$H_{ij}^{-1} = H_{ij}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 4\ 1 & 0 \\ 0 & -10 & 1 \end{bmatrix} - H_1\left(-\frac{1}{2}\right)\begin{bmatrix} 1 & -2-\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 \quad 0 & 1 \end{bmatrix} - H_2(-1)\begin{bmatrix} 1 & -2-\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \quad 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$-H_{21}(2)\begin{bmatrix} 1 & 0-\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 1 \quad 0 & -1 \end{bmatrix} - -H_{ij} = \begin{bmatrix} -1/2 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_{ij}^{-1} = \frac{1}{|H_{ij}|}adj(H_{ij})$$

$$|H_{ij}| = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2} \qquad , \quad adj(H_{ij}) = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$H_{ij}^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{2}}\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1/2 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

المصفوفات المتكافئة (Equivalent Matrices):-

يقال للمصفوفتين A , B انهما متكافئتان اذا كان لهما نفس الدرجة ونفس الرتبة ويكتب A~B

بما ان العمليات الاولية لاتغير من رتبة المصفوفة ولا درجة المصفوفة اذا اجريت عليها ولمعرفة رتبة المصفوفة يتم ذلك باستعمال صغيتين متميزتين هما الصيغة القمعية والصغية الطبيعية

أ/// الصيغة القمعية Canonical Form :

اي مصفوفة غير صفرية من رتبة r تكون مكافئة صفيا للشكل القمعي C ومما تقدم نلاحظ انه يمكن حساب رتبة مصفوفة غير صفرية بتحويلها الى الشكل القمعي الذي يمكن حساب رتبته المساوية لعدد الصفوف غير الصفرية الموجودة فية

مثال /// افرض ان $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ احسب رتبة المصفوفة بتحويلها الى الشكل القمعي .

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} - H_1\left(-\frac{1}{2}\right) \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} - H_{13}(-5) \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \\ 0 & 11 \end{bmatrix}$$
$$- H_2(-1) \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \\ 0 & 11 \end{bmatrix} - H_{21}(2) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 11 \end{bmatrix} - H_{23}(-11) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

عدد الصفوف غير الصفرية في C هي ٢ اذا رتبة المصفوفة A هي ٢ ايضا

ب/// الصيغة الطبيعية Noraml Form:

اي مصفوفة من رتبة r غير صفرية تكون مكافئة الى الشكل الطبيعي N وهناك اربع صيغ للشكل الطبيعي وهي :

$$N: (I_r)\,,(I_r \quad 0)\;,\begin{pmatrix} I_r \\ 0 \end{pmatrix}\;,\begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

مثال /// حول المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 5 \\ -1 & -2 & 6 & -7 \end{bmatrix}$ الى الشكل الطبيعي ثم احسب رتبتها

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 4\\ 2 & 4 & 3 & 5\\ -1 & -2 & 6 & -7\end{bmatrix} - \ H_{12}(-2) and\ H_{13}(1)\begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 4\\ 0 & 0 & 5 & -3\\ 0 & 0 & 5 & -3\end{bmatrix}$$

$$- H_{23}(-1)\begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 4\\ 0 & 0 & 5 & -3\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$- K_{12}(-2) and\ K_{13}\ (1) and\ K_{14}(-4)\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 5 & -3\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$- K_{3}\left(\frac{1}{5}\right)\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -3\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix} - K_{34}\ (3)\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$- K_{23}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}I_r & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}=N$$